Hakusan v0.12

Fuyuki Kawano
Hiroka Hondo
Nao Hirokawa
Kiraku Shintani

JAIST

Confluence Proof by Rule Removal

$$\mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{s}(\mathsf{p}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{1}} & \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) \\ \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{2}} & x \\ \infty & \xrightarrow{\mathbf{3}} & \mathsf{s}(\infty) \end{array} \right\}$$

Confluence Proof by Rule Removal

$$\mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{s}(\mathsf{p}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{1}} & \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) \\ \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{2}} & x \\ \infty & \xrightarrow{\mathbf{3}} & \mathsf{s}(\infty) \end{array} \right\}$$

$\boxed{1}$ $\mathsf{CR}(\mathcal{R}) \iff \mathsf{CR}(\{\mathbf{3}\})$ by critical pair system

Confluence Proof by Rule Removal

$$\mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{s}(\mathsf{p}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{1}} & \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) \\ \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{2}} & x \\ \infty & \xrightarrow{\mathbf{3}} & \mathsf{s}(\infty) \end{array} \right\}$$

1 $\mathsf{CR}(\mathcal{R}) \iff \mathsf{CR}(\{\mathbf{3}\})$ by critical pair system

Confluence Proof by Rule Removal

$$\mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{s}(\mathsf{p}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{1}} & \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) \\ \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{2}} & x \\ \infty & \xrightarrow{\mathbf{3}} & \mathsf{s}(\infty) \end{array} \right\}$$

1. $\mathsf{CR}(\mathcal{R}) \iff \mathsf{CR}(\{\mathbf{3}\})$ by critical pair system
2. $\mathsf{CR}(\{\mathbf{3}\}) \iff \mathsf{CR}(\varnothing)$ by rule labeling

Confluence Proof by Rule Removal

$$\mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{s}(\mathsf{p}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{1}} & \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) \\ \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{2}} & x \\ \infty & \xrightarrow{\mathbf{3}} & \mathsf{s}(\infty) \end{array} \right\}$$

1. $\mathsf{CR}(\mathcal{R}) \iff \mathsf{CR}(\{\mathbf{3}\})$ by critical pair system
2. $\mathsf{CR}(\{\mathbf{3}\}) \iff \mathsf{CR}(\varnothing)$ by rule labeling

Confluence Proof by Rule Removal

$$\mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{s}(\mathsf{p}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{1}} & \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) \\ \mathsf{p}(\mathsf{s}(x)) & \xrightarrow{\mathbf{2}} & x \\ \infty & \xrightarrow{\mathbf{3}} & \mathsf{s}(\infty) \end{array} \right\}$$

1. $\mathsf{CR}(\mathcal{R}) \iff \mathsf{CR}(\{\mathbf{3}\})$ by critical pair system
2. $\mathsf{CR}(\{\mathbf{3}\}) \iff \mathsf{CR}(\varnothing)$ by rule labeling
3. $\mathsf{CR}(\varnothing)$ is trivial

Non-Confluence Proof by Tree Automata Completion

$$\mathcal{F} = \left\{ \begin{array}{r} \mathsf{h} \\ \mathsf{f}, \mathsf{g} \\ \mathsf{a}, \mathsf{b} \end{array} \right\} \quad \mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{c} \mathsf{h}(\mathsf{g}, \mathsf{a}, \mathsf{a}) \to \mathsf{h}(\mathsf{f}, \mathsf{a}, \mathsf{a}) \\ \mathsf{h}(x, \mathsf{b}, y) \to \mathsf{h}(x, y, y) \\ \mathsf{a} \to \mathsf{b} \end{array} \right\} \quad \mathcal{A} = \left\{ \begin{array}{r} \mathsf{h}(0, 1, 1) \to 2 \\ \mathsf{g} \to 0 \\ \mathsf{b} \to 1 \end{array} \right\}$$

Non-Confluence Proof by Tree Automata Completion

$$\mathcal{F} = \left\{ \begin{array}{c} \mathsf{h} \\ \mathsf{f}, \mathsf{g} \\ \mathsf{a}, \mathsf{b} \end{array} \right\} \quad \mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{h}(\mathsf{g}, \mathsf{a}, \mathsf{a}) & \to & \mathsf{h}(\mathsf{f}, \mathsf{a}, \mathsf{a}) \\ \mathsf{h}(x, \mathsf{b}, y) & \to & \mathsf{h}(x, y, y) \\ \mathsf{a} & \to & \mathsf{b} \end{array} \right\} \quad \mathcal{A} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{h}(0, 1, 1) & \to & 2 \\ \mathsf{g} & \to & 0 \\ \mathsf{b} & \to & 1 \end{array} \right\}$$

1 compatibility shows closedness of $L(\mathcal{A})$ under rewriting

$$\forall (q_1, q_2) \in \{0, 1\}^2.\ \mathsf{h}(q_1, \mathsf{b}, q_2) \to_{\mathcal{A}}^{*} 2 \implies \mathsf{h}(q_1, q_2, q_2) \to_{\mathcal{A}}^{*} 2$$

Non-Confluence Proof by Tree Automata Completion

$$\mathcal{F} = \left\{ \begin{array}{l} \mathsf{h} \\ \mathsf{f}, \mathsf{g} \\ \mathsf{a}, \mathsf{b} \end{array} \right\} \quad \mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{h}(\mathsf{g}, \mathsf{a}, \mathsf{a}) & \to & \mathsf{h}(\mathsf{f}, \mathsf{a}, \mathsf{a}) \\ \mathsf{h}(x, \mathsf{b}, y) & \to & \mathsf{h}(x, y, y) \\ \mathsf{a} & \to & \mathsf{b} \end{array} \right\} \quad \mathcal{A} = \left\{ \begin{array}{rcl} \mathsf{h}(0, 1, 1) & \to & 2 \\ \mathsf{g} & \to & 0 \\ \mathsf{b} & \to & 1 \end{array} \right\}$$

1 compatibility shows closedness of $L(\mathcal{A})$ under rewriting

$$\forall (q_1, q_2) \in \{0, 1\}^2.\ \mathsf{h}(q_1, \mathsf{b}, q_2) \to_{\mathcal{A}}^* 2 \implies \mathsf{h}(q_1, q_2, q_2) \to_{\mathcal{A}}^* 2$$

2 persistency eases compatibility check

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \{q_1 \mapsto 0, q_2 \mapsto 0\} & \{q_1 \mapsto 0, q_2 \mapsto 1\} & \{q_1 \mapsto 0, q_2 \mapsto 2\} \\ \{q_1 \mapsto 1, q_2 \mapsto 0\} & \{q_1 \mapsto 1, q_2 \mapsto 1\} & \{q_1 \mapsto 1, q_2 \mapsto 2\} \\ \{q_1 \mapsto 2, q_2 \mapsto 0\} & \{q_1 \mapsto 2, q_2 \mapsto 1\} & \{q_1 \mapsto 2, q_2 \mapsto 2\} \end{array} \right\}$$

Non-Confluence Proof by Tree Automata Completion

$$\mathcal{F} = \left\{ \begin{array}{r l} \mathsf{h} : & A \times B \times B \to C \\ \mathsf{f}, \mathsf{g} : & A \\ \mathsf{a}, \mathsf{b} : & B \end{array} \right\} \quad \mathcal{R} = \left\{ \begin{array}{r l} \mathsf{h}(\mathsf{g}, \mathsf{a}, \mathsf{a}) & \to \mathsf{h}(\mathsf{f}, \mathsf{a}, \mathsf{a}) \\ \mathsf{h}(x, \mathsf{b}, y) & \to \mathsf{h}(x, y, y) \\ \mathsf{a} & \to \mathsf{b} \end{array} \right\} \quad \mathcal{A} = \left\{ \begin{array}{r l} \mathsf{h}(0,1,1) & \to 2 \\ \mathsf{g} & \to 0 \\ \mathsf{b} & \to 1 \end{array} \right\}$$

1 compatibility shows closedness of $L(\mathcal{A})$ under rewriting

$$\forall (q_1, q_2) \in \sout{\{0,1\}^2}\ \{0\} \times \{1\}.\ \mathsf{h}(q_1, \mathsf{b}, q_2) \to_{\mathcal{A}}^{*} 2 \implies \mathsf{h}(q_1, q_2, q_2) \to_{\mathcal{A}}^{*} 2$$

2 persistency eases compatibility check

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \{q_1 \mapsto 0, q_2 \mapsto 0\} & \{q_1 \mapsto 0, q_2 \mapsto 1\} & \{q_1 \mapsto 0, q_2 \mapsto 2\} \\ \{q_1 \mapsto 1, q_2 \mapsto 0\} & \{q_1 \mapsto 1, q_2 \mapsto 1\} & \{q_1 \mapsto 1, q_2 \mapsto 2\} \\ \{q_1 \mapsto 2, q_2 \mapsto 0\} & \{q_1 \mapsto 2, q_2 \mapsto 1\} & \{q_1 \mapsto 2, q_2 \mapsto 2\} \end{array} \right\}$$